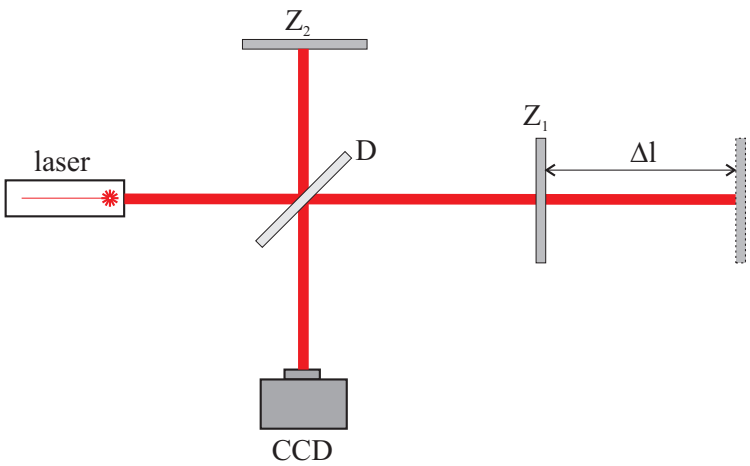
Úloha č.3 – Interferometry a vlastnosti laserového záření

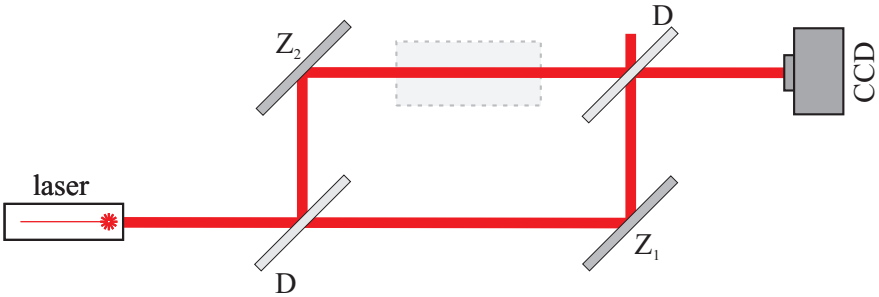
1 Teoretický úvod

Vyskytují-li se ve stejném prostoru a čase současně dvě (nebo více) optických vln, dochází k interferenci světla, kdy je výsledná vlnová funkce součtem vlnových funkcí jednotlivých vln. Tento superpoziční princip je důsledkem linearity vlnové rovnice. Princip superpozice platí pro komplexní amplitudy optických vln (nikoli pro jejich intenzity) a důležitou roli tak hraje jejich fáze. Optické interferometry jsou přístroje pro velmi přesná měření, jejichž princip je založen na interferenci světla. Díky velmi krátké vlnové délce světla na úrovni stovek nanometrů lze při interferenci rozlišit extrémně malé změny veličin jako jsou délka, index lomu, a nepřímo i celou řadu dalších veličin. Interferenční obrazec může být navíc makroskopický a fázové změny na úrovni zlomku π lze jednoduše převést na posuv proužků např. na úrovni milimetrů i větší. Interferometry se dnes používají k měření délek (interferenční komparátory), k studování různých povrchů, k měření tlaku a teploty plynů nebo plazmatu, k určení indexů lomu u plynů a kapalin (interferenční refraktometry), k určení struktury spektrálních čar (interferenční spektroskopy), k měření elektrického a magnetického pole, k měření rychlosti otáčení, k měření úhlového průměru hvězd a jako detekce gravitačních vln a k mnoha dalším měřením.



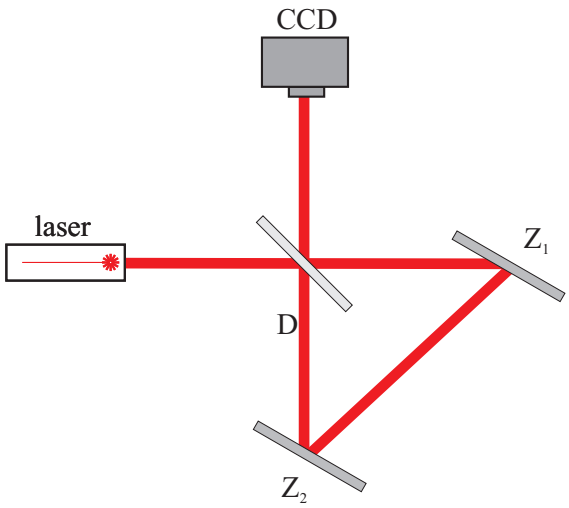
Obrázek 1: Schéma Michelsonova interferometru.

Cílem této úlohy je seznámit se se základními principy interference světla a využitím dvousvazkové interference pro měření některých veličin pomocí inteferometrů. Interferometry pro měření můžeme dělit například podle počtu interferujících vln na dvousvazkové a vícesvazkové interferometry. Nejznámějšími dvousvazkovými interferometry jsou Michelsonův interferometr (obrázek 1), Mach-Zehnderův interferometr (obrázek 2), Sagnacův interferometr (obrázek 3) a Fizeaův interferometr. Nejznámějším vícesvazkovým interferometrem je Fabry-Perotův interferometr.



Obrázek 2: Schéma Mach-Zehnderova interferometru.

Interferometrické měření je založeno na detekci fázových rozdílů, které se projeví při superpozici dvou nebo více vln ve výsledné intenzitě interferenčního pole. Výsledná intenzita není obecně součtem intenzit jednotlivých svazků, důvodem tohoto rozdílu je právě interference mezi vlnami.



Obrázek 3: Schéma Sagnacova interferometru.

Při interferenci dvou monochromatických vln s komplexními amplitudami U_1 a U_2 je výsledná vlna rovněž monochromatická se stejnou frekvencí a komplexní amplitudou

$$U = U_1 + U_2. \tag{1}$$

Výsledná intenzita má tvar

$$I = |U|^2 = |U_1 + U_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + U_1^* U_2 + U_1 U_2^*. \tag{2}$$

Pokud dosadíme za $U_1 = \sqrt{I_1} \exp i\phi_1$ a za $U_2 = \sqrt{I_2} \exp i\phi_2$, kde $\phi_{1,2}$ jsou fáze jednotlivých vln a $I_{1,2}$ jsou jejich intenzity, získáme interferenční rovnici

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\phi, \tag{3}$$

kde $\phi = \phi_1 - \phi_2$. Silná závislost výsledné intenzity I na fázovém rozdílu umožňuje určit fázový rozdíl měřením intenzity I. Této vlastnosti se využívá v řadě optických přístrojů.

Využití interferometrů pro různé fyzikální veličiny se stává složitější, pokud použijeme reálné zdroje optického záření. Monochromatické záření je pouze ideální případ optického záření, v praxi se však používají zdroje s určitou šířkou spektrální čáry, a proto se musíme zabývat i vlastnostmi použitého zdroje pro náš interferometr. V další části popíšeme základní statistické charakteristiky světelného záření.

Statistické vlastnosti světla

Zdroj světla charakterizujeme z hlediska prostorového šíření a z hlediska časové stability (tzv. prostorová a časová koherence). Optické záření dělíme na základě koherence do tří skupin na koherentní, částečně koherentní a nekoherentní. Teorii koherence se věnuje statistická a kvantová optika, zde budou vysvětleny pouze některé pojmy potřebné pro realizaci měření.

Intenzita světla byla v předcházejících úvahách definovaná jako

$$I(r,t) = |U(r,t)|^2. \tag{4}$$

Pro monochromatickou vlnu je tato veličina (většinou označovaná jako okamžitá intenzita) nezávislá na čase. Pokud je záření chaotické, je okamžitá intenzita časově závislá. Proto zavádíme

střední intenzitu $I(r,t) = \langle |U(r,t)|^2 \rangle$, kde $\langle\rangle$ představuje statistickou střední hodnotu přes soubor složený z mnoha realizací náhodné funkce. Takto definovaná střední intenzita může být časově závislá nebo nezávislá, je-li nezávislá, hovoříme o tzv. statisticky stacionárním záření. Ve stacionárním případě lze statistické středování přes soubor realizací nahradit středováním přes dostatečně dlouhý časový interval a psát

$$I(r) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} |U(r,t)|^2 dt. \tag{5}$$

Časová koherence charakterizuje korelace vlny ve dvou různých časech, jinak řečeno, jak dobře vlna interferuje sama se sebou. Budeme-li uvažovat korelaci vlny v daném bodě prostoru s vlnou samotnou posunutou v čase o τ, můžeme definovat korelační funkci

$$G(\tau) = \langle U^*(t)U(t+\tau)\rangle\,. \tag{6}$$

Tato funkce je závislá mimo korelaci v čase také na intenzitě, proto je vhodné zavést normovaný tzv. komplexní stupeň časové koherence

$$g(\tau) = \frac{\langle U^*(t)U(t+\tau)\rangle}{\langle U^*(t)U(t)\rangle}. \tag{7}$$

Pro úplně časově koherentní záření (například $U(t) = A\exp(i\omega t)$) je $|g(\tau)| = 1$ pro všechna τ. Obvykle pro částečně koherentní záření $|g(\tau)|$ postupně klesá se zvětšujícím se τ. V takovém případě zavádíme koherenční dobu jako hodnotu τ, při které klesne $|g(\tau)|$ na definovanou hodnotu (většinou $1/2$ nebo $1/e$). Světlo, jehož koherenční doba τ_c je mnohem delší než doba potřebná k jeho průchodu studovaným systémem, je vůči tomuto systému efektivně úplně koherentní. Světlo je tedy efektivně koherentní, jestliže vzdálenost $c\tau_c$ je mnohem větší než všechny optické dráhové rozdíly, k nimž v daném případě dochází. Vzdálenost

$$l_c = c\tau_c \tag{8}$$

nazýváme koherenční délkou. Pokud je optické záření nekoherentní, tak má nulovou koherenční délku a nedochází k interferenci. Naopak pokud je záření úplně koherentní má nekonečnou koherenční délku a interference nastává vždy. S koherenční dobou resp. délkou úzce souvisí spektrální šířka $\triangle\nu$, nebo-li šířka spektrální čáry. Spektrum světla je často omezeno na úzký pás soustředěný okolo centrální frekvence ν_0. Světelný zdroj s širokým spektrem má krátkou koherenční dobu, zatímco světelný zdroj s úzkou spektrální čárou má dlouhou koherenční dobu. V limitním případě monochromatického světla má světelný zdroj nekonečnou koherenční dobu. Vztah mezi koherenční délkou a spektrální šířkou $\triangle\nu_c$ lze vyjádřit jako

$$\triangle\nu_c = \frac{1}{\tau_c}. \tag{9}$$

Na rozdíl od časové koherence popisuje prostorová koherence korelovanost vlny ve dvou různých místech, neboli říká, jak uniformní je vlna v prostoru. Uvažujme fluktuace náhodné funkce $U(r,t)$ v obecně různých bodech $U(r_1,t)$, $U(r_2,t)$. Statistické vlastnosti (pro obecně různé body prostoru r_1, r_2 a v různých časech t_1, t_2) můžeme popsat normalizovanou korelační funkcí - komplexním stupněm koherence

$$g(r_1,r_2,\tau) = \frac{\langle U_1^*(r_1,t)\,U_2(r_2,t+\tau)\rangle}{\sqrt{I(r_1)\,I(r_2)}}, \tag{10}$$

kde $\tau = t_2 - t_1$. Budeme-li zkoumat korelovanost ve stejném bodě prostoru ($r_1 = r_2$), přechází vztah (10) na komplexní stupeň časové koherence (7). Je-li naopak $t_1 = t_2$, nazýváme vztah (10) normalizovanou vzájemnou intenzitou. Podobně jako u časové koherence můžeme definovat parametr udávající vzdálenost, na které poklesne normalizované vzájemná intenzita na definovanou hodnotu. Tento parametr nazýváme koherenční plocha (zjednodušeně řečeno popisuje rozměr plochy, na které na stínítku pozorujeme interferenci (viz např. [1–3])).

Interference dvou částečně koherentních vln

Pro popis interference v interferometru je nutné uvažovat interferenci dvou v principu různých vln a studovat jejich korelovanost. Předpokládejme dvě částečně koherentní vlny $U_1(r,t)$ a $U_2(r,t)$, jejichž intenzity jsou dány vztahy $I_1(r) = \left\langle |U_1(r,t)|^2 \right\rangle$ a $I_2 = \left\langle |U_2(r,t)|^2 \right\rangle$. Vzájemná korelace těchto dvou vln v bodě r a čase t je dána normalizovanou statistickou funkcí (křížovou korelací)

$$g_{12} = \frac{\langle U_1^* U_2 \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}. \tag{11}$$

Při superpozici uvažovaných dvou vlnění získáme výslednou intenzitu ve tvaru

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\mathrm{Re}\{g_{12}\}. \tag{12}$$

Třetí člen na pravé straně popisuje právě optickou interferenci a lze jej zapsat ve tvaru

$$2\sqrt{I_1 I_2}|g_{12}|\cos\phi, \tag{13}$$

kde $\phi = \arg\{g_{12}\}$ je fáze g_{12}. Existují dva mezní případy:

1. pro dvě úplně korelované vlny s $g_{12} = \exp(i\phi)$ a $|g_{12}| = 1$ získáme interferenční vztah pro dvě koherentní vlny s fázovým rozdílem ϕ.

2. pro dvě nekorelované vlnění s $g_{12} = 0$ je $I = I_1 + I_2$ a k interferenci nedochází.

V obecném případě je závislost normované intenzity na fázi ϕ harmonická a vznikají interferenční proužky. Interferenci lze potom kvantifikovat vizibilitou V, nebo-li hloubkou modulace či kontrastem interferenčního obrazce

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \tag{14}$$

kde I_{max}, I_{min} je maximální resp. minimální intenzita interferenčních proužků. Pro vizibilitu lze dosazením (12) do (14) odvodit

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}|g_{12}|. \tag{15}$$

Pokud jsou intenzity obou interagujících vln stejné ($I_1 = I_2$), je vizibilita rovna přímo normalizované křížové korelaci

$$V = |g_{12}|. \tag{16}$$

Vztah (16) je návodem pro měření korelační funkce a tedy i koherenčních parametrů záření.

Měření časové koherence

Necháme-li interferovat částečně koherentní vlnu $U(t)$ se stejnou funkcí, ale posunutou v čase o τ (tj. s $U(t+\tau)$), přejde vztah (12) do tvaru

$$I = 2I_0\left[1 + |g(\tau)|\cos\phi(\tau)\right], \tag{17}$$

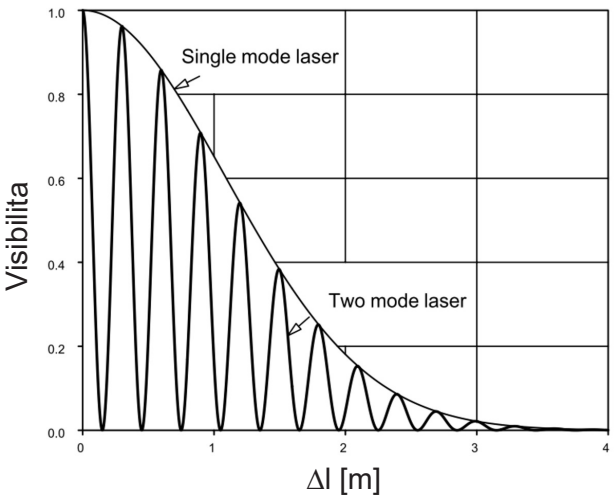
kde I_0 je intenzita záření. Schopnost vlnění interferovat se svojí časově posunutou replikou závisí na komplexním stupni časové koherence a na velikosti časového posunutí. Z tohoto vztahu a vztahu (16) je možné navrhnout měření, kterým určíme koherenční dobu (koherenční délku).

K tomuto měření se hodí zejména Michelsonův (obrázek 1) nebo Mach-Zehnderův interferometr (obrázek 2). V obou případech je časové zpoždění vytvářené zvětšením délky jednoho ramena interferometru vůči druhému. Pro Michelsonův interferometr je časové zpoždění dosaženo posunutím jednoho zrcadla (viz obrázek 1) a pro časové zpoždění pak platí

$$\tau = 2\left(d_1 - d_2\right)/c = \frac{2 \triangle l}{c}, \tag{18}$$

kde d_1 resp. d_2 jsou fyzické délky ramen od děliče k zrcadlům. Interference je pozorovatelná pouze když je optický dráhový rozdíl menší než koherenční délka. Ve vztahu (17) reprezentuje fázová funkce v kosinu jednak fázi komplexního stupně koherence a také fázi související se samotným vlněním. Absolutní hodnotu komplexního stupně časové koherence vlnění $|g(\tau)|$ lze tedy měřit zaznamenáváním viditelnosti interferenčního obrazce v závislosti na časovém zpoždění (rozdílu drah). Do prostorové oblasti lze úlohu přenést použitím mírně nekolineárních vln, které vede ke vzniku prostorových interferenčních proužků a umožňuje měřit vizibilitu v jediném kroku. Z naměřeného průběhu stupně koherence lze určit koherenční délku jako vzdálenost odpovídající rozdílu drah svazků, pro kterou klesne vizibilita na 1/2 své maximální hodnoty.

Pokud mluvíme o koherentních zdrojích optického záření, jedná se většinou o lasery. Při jednofrekvenčním režimu (jeden podélný mód) může koherenční délka plynového laseru přesáhnout desítky kilometrů. Ve srovnání s plynovými lasery je koherenční délka pevnolátkových a polovodičových laserů obvykle menší. Plynové He-Ne lasery mají v mnohofrekvenčním režimu obvykle koherenční délku $\approx 10-20\,\mathrm{cm}$. Problematika koherenční délky a jejího měření je složitější u vícemódových laserů. Křivka vizibility není u vícemódového laseru monotónní funkce. Na obrázku-4 je zobrazen rozdíl v křivkách vizibility pro jednomódový a dvoumódový laser. Nulová hodnota vizibility se opakuje v přesných intervalech - v tomto případě se shodují s délkou rezonátoru. Např. pro interferometrii je použitelná pouze oblast horní poloviny prvního maxima.



Obrázek 4: Vizibilita jako funkce dráhového rozladění Δl svazků pro jednomódový a dvoumódový laser.

S křivkou vizibility je úzce spojen počet módů a tento počet lze ovlivňovat pomocí např. Fabry-Perotova rezonátoru [1]. Z vícemódového laseru lze tímto způsobem udělat jednomódový laser za cenu snížení celkového výkonu laseru. Otázkou je také stabilita takového systému, kdy např. He-Ne laser je v jednomódovém režimu velice náchylný na teplotu.

2 Zadání úlohy

Cíle úlohy

Cílem úlohy je získání zkušeností s realizaci různých typů laserových interferometrů, studium jejich vlastností a možností využití. Budou experimentálně sestaveny různé typy interferometrů a bude vyhodnocováno interferenční pole v závislosti na různých parameterech. Ze závislosti vizibility na dráhovém rozdílu svazků bude určena koherenční délka laseru. Dále bude využito interferometru k přesnému měření délek, resp. ke kalibraci jemného piezoelektrického posuvu.

Pomůcky

optický stůl, laser, kolimátor, 2x dělící kostka, 2x zrcadlo s držákem a mikrometrickým posuvem, piezo posuv, měřící lišta, CCD kamera, neutrální filtry, PC, software

Postup měření

1. Sestavte Michelsonův interferometr v konfiguraci s rovinnou vlnou i sférickou vlnou podle obrázku 5. Jedno ze zrcadel umístěte na měřící lištu, aby bylo možné měnit délku jed-

Obrázek 5: Uspořádání interferometru s rovinnou vlnou (vlevo) a sférickou vlnou (vpravo).

noho ramena interferometru. Pozorujte interferenční pole, jeho závislost na kolineárnosti a křivosti svazků, stabilitu v závislosti na vibracích systému, atd.

2. Určete koherenční délku použitého He-Ne laseru zaváděním dráhového rozdílu do ramen interferometru. Jedno zrcadlo je fixní a druhým ramenem se posouvá směrem od děliče optického záření. Měření proveďte opakovaně. Při snímání kamerou dbejte na to, aby nedocházelo k saturaci CCD čipu, která by vedla ke zkreslení hodnot vizibility interferenčního obrazce. Vizibilitu vyhodnoťte v praktiku pomocí software pro snímaní obrazu z kamery, jednotlivé snímky uložte a následně při zpracování protokolu zpracujte s využitím vhodného software (např. Matlab, Gwyddion [4]).

3. Určete kalibrační konstantu piezoelektrického posuvu. Umístěte jedno zrcadlo Michelsonova interferometru na piezoelektrický stolek. Jemným posuvem zrcadla se změní i interferenční obrazec tak, že se maxima postupně posunou do původní pozice minim a naopak. Pokud se pomalým posunem pohyblivého zrcadla pomocí piezoelektrického posuvu o vzdálenost d posune maximum o N period, platí:

$$d = \frac{\lambda N}{2}. \tag{19}$$

Posunem maxima o periodu rozumíme posun konkrétního maxima interferenčního obrazce do pozice vedlejšího maxima. Piezoelektrický posuv je řízený napětím na krystalu, určete na základě měření a vztahu (19) převodní konstantu mezi změnou napětí na piezo-krystalu a posunem v [nm/V].

4. Sestavte Mach-Zehnderův a Sagnacův interferometr podle obrázků 2 a 3. Změřte maximální dosaženou vizibilitu interferenčního pole.

5. Prostudujte fázovou stabilitu interferometrů z předcházejícího bodu pracovního postupu ve srovnání s interferometrem Michelsonovým (berte do úvahy konkrétní konfiguraci experimentu).

3 Požadované výsledky

Po provedení experimentu na základě uvedeného postupu sepište protokol o měření. Protokol musí mimo jiné obsahovat následující údaje:

1. Koherenční délku a spektrální šířku záření použitého laseru.

2. Graf závislosti vizibility interferenčního obrazce u Michelsonova interferometru na vzájemném rozdílu délky ramen.
3. Převodní konstantu piezoelektrického posuvu v [nm/V] .
4. Maximální vizibilitu Mach-Zehnderova a Sagnacova interferometru.
5. Diskusi jednotlivých sestavených interferometrů.

Reference

[1] Bahaa E. A. Saleh and Malvin C. Teich, „Fundamentals of photonics,“ Wiley-Interscience, New York (2007).

[2] M. Born and E. Wolf, „Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light,“ Cambridge University Press (1997).

[3] E. Hecht and A. Zajac, „Optics,“ Addison Wesley Publishing Company (1997).

[4] http://gwyddion.net/