

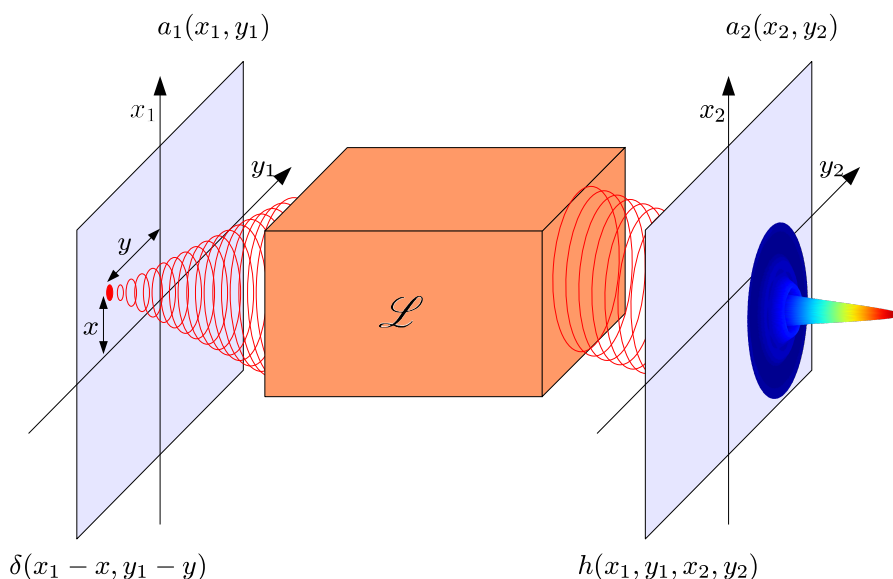
Úloha č. 3 - Optické zpracování informací

1 Teoretický úvod

Úloha navazuje na úlohu difrakce světelného záření základního praktika z optiky a optoelektroniky a rozšiřuje znalosti do oblasti manipulace s optickým signálem, zejména pak obecné prostorové filtrace optického signálu. Z hlediska teoretického popisu je využíván fourierovský přístup k řešení difrakční úlohy, který umožňuje elegantní formou popsat optický přenosový systém pomocí formalismu lineárních systémů. Při experimentální realizaci jsou pro manipulaci s optickým signálem a jeho spektrem využívány počítačem řízené prostorové modulátory světla, které umožňují flexibilně pracovat s obecným signálem a zavádět složitější filtry těžko realizovatelné pomocí konvenčních prvků.

Fourierovský přístup k řešení difrakční úlohy

Fourierovský přístup k difrakční úloze zavádí nový pohled na problém šíření optického signálu přenosovým systémem na základě využití teorie lineárních systémů. Jedná se o skalární metodu založenou na klasických předpokladech skalární teorie difrakce. Z fyzikálního hlediska považujeme za skalární signál veličinu úměrnou intenzitě elektrického pole, vůči které jsou Maxwellovy rovnice za běžných podmínek lineární a tudíž je možné aplikovat teorii lineárních systémů. Předpokládáme přenosový systém podle obrázku 1. Potom přenos signálu takovým lineárním



Obrázek 1: Lineární přenosový systém transformuje signál ze vstupní roviny se souřadnicemi s indexem 1 do výstupní roviny se souřadnicemi s indexem 2. Obrazem bodu na vstupu (matematicky δ funkce) je impulzní odezva systému h .

systémem můžeme obecně popsat vztahem

$$a_2(x_2, y_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} a_1(x_1, y_1) h(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_1 dy_1, \quad (1)$$

kde funkce $h(x_1, y_1, x_2, y_2)$ je tzv. impulzní odezva přenosového systému (v našem případě odezva na svítící bod - δ funkci). Pokud je přenosový systém navíc prostorově invariantní (odezva na posunutý signál je ekvivalentně posunutá odezva na signál původní), redukuje se impulzní odezva na funkci pouze rozdílu vstupních a výstupních souřadnic a vztah (1) má tvar

$$a_2(x_2, y_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} a_1(x_1, y_1) h(x_2 - x_1, y_2 - y_1) dx_1 dy_1 = a_1 * h. \quad (2)$$

Pokud dále zavedeme přenosovou funkci lineárního prostorově invariantního přenosového systému $H(\xi, \eta)$ vztahem

$$H(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{h(x, y)\}, \quad (3)$$

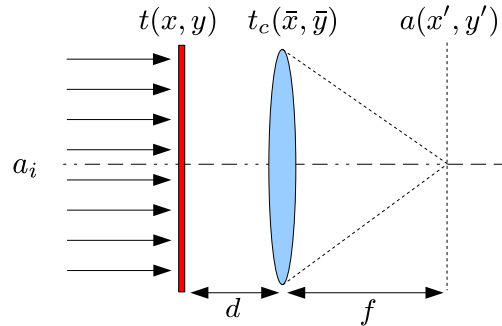
můžeme pro přenos psát

$$\mathcal{A}_2(\xi, \eta) = \mathcal{A}_1(\xi, \eta)H(\xi, \eta), \quad (4)$$

kde $\mathcal{A}_1(\xi, \eta)$ a $\mathcal{A}_2(\xi, \eta)$ jsou spektra vstupního a výstupního signálu.

Realizace Fourierovy transformace pomocí kvadratického korektoru

Předpokládejme situaci podle obrázku 2, kde tenký rovinný transparent nasvícený rovinnou vlnou vytváří optický signál, který se dále šíří prostorem a prochází tenkou čočkou. Zabýváme se



Obrázek 2: Přenos signálu kvadratickým korektorem. Rovinná vlna prochází transparentem umístěným v obecné vzdálenosti před čočkou a vytváří tak vstupní signál. Výstupní signál je analyzován v obrazové ohniskové rovině čočky.

signálem v obrazové ohniskové rovině tenké čočky. Pro popis přenosu využijeme teorii lineárních systémů. Označme amplitudu rovinné vlny před transparentem a_i a transmittanční funkci transparentu $t(x, y)$. Potom pro signál těsně za transparentem můžeme psát

$$a_{t+}(x, y) = a_i t(x, y). \quad (5)$$

Tento signál se dále šíří volným prostorem až k tenké čočce, přičemž jeho vývoj můžeme zapsat pomocí impulzní odezvy volného prostoru jako

$$a_{c-}(\bar{x}, \bar{y}) = a_{t+}(x, y) * h(x, y, d), \quad (6)$$

kde symbol $*$ označuje operaci konvoluce, $h(x, y, d)$ je impulzní odezva volného prostoru při šíření na vzdálenost d a souřadnice s pruhem označují souřadný systém v rovině čočky. Pro transmittanční funkci tenké čočky s ohniskovou vzdáleností f dále platí

$$t_c = e^{\frac{ik}{2f}(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)} \quad (7)$$

a pro pole těsně za čočkou

$$a_{c+}(\bar{x}, \bar{y}) = a_{c-}(\bar{x}, \bar{y})t_c(\bar{x}, \bar{y}). \quad (8)$$

Pro výsledný signál v ohniskové rovině čočky můžeme psát

$$a(x', y') = a_{c+}(\bar{x}, \bar{y}) * h(\bar{x}, \bar{y}, f) = [(a_i t * h_d)t] * h_f. \quad (9)$$

Po dosazení za impulzní odezvu h

$$h_0(x, y, d) = \frac{i}{\lambda d} e^{\frac{-ik}{2d}(x^2 + y^2)}, \quad (10)$$

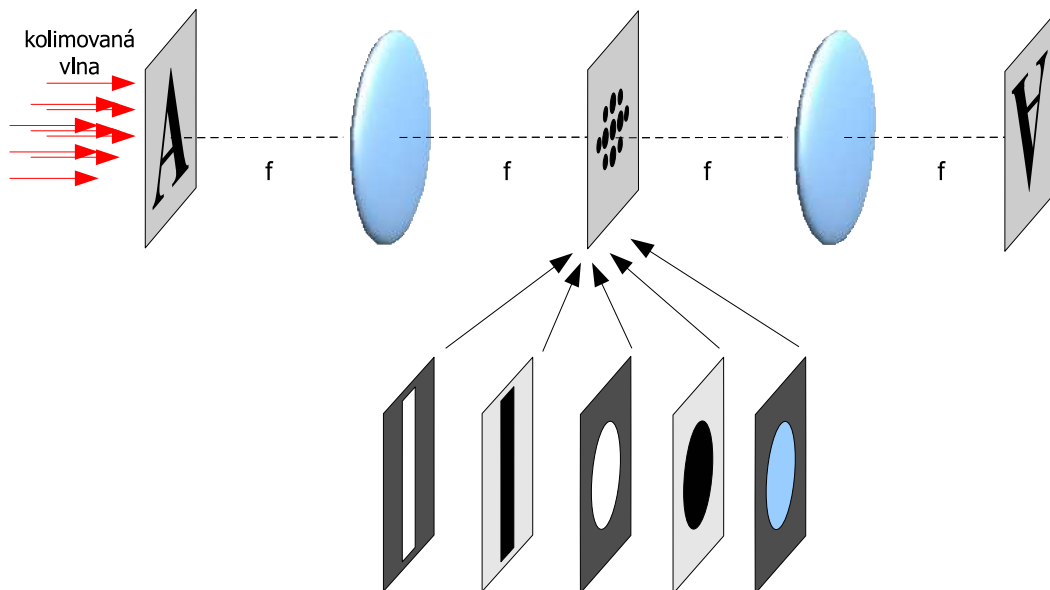
aplikaci vztahu (7) a provedení operací konvoluce a násobení v (9) dostáváme

$$a(x', y') = \frac{ia_i}{\lambda f} e^{\frac{-ik}{2f}(1-\frac{d}{f})(x'^2+y'^2)} \mathcal{T}\left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right), \quad (11)$$

kde symbol \mathcal{T} označuje Fourierovu transformaci transmitanční funkce tenkého transparentu t . Při daném uspořádání s rovinnou vlnou dostáváme tedy v ohniskové rovině čočky Fourierovu transformaci transmitanční funkce transparentu obecně modifikovanou fázovým faktorem. Tento faktor vymizí v případě, když je transparent umístěn v přední ohniskové rovině čočky kdy výraz v exponentu exponenciální funkce nabývá hodnotu 0. Dále je důležité poznamenat, že pokud obsahuje transmitanční funkce transparentu ve svém spektru vysoké frekvence a tenká čočka je prostorově omezená, může dojít ke ztrátě informace na vyšších frekvencích, které se nepřenesejí systémem. V ohniskové rovině čočky potom dostáváme Fourierovu transformaci transmitanční funkce transparentu složenou pouze z příspěvků, které se systémem přenesly. V případě, že nás zajímá pouze intenzita spektra je možné fázový faktor pominout a volit polohu transparentu před čočkou libovolně.

Prostorová filtrace ve spektru, Abbé-Porterův experiment

Optická realizace Fourierovy transformace v ohniskové rovině tenké čočky nabízí možnost umělého zásahu do signálu ve spektrální rovině - spektrální filtrace - a následnou zpětnou transformaci pomocí další tenké čočky. Geometrie takového experimentálního uspořádání může být různá, ideově nejtransparentnější je tzv. 4f schéma podle obrázku 3. Systém o celkové délce rovné



Obrázek 3: Schema prostorové filtrace pomocí 4f uspořádání. Prostorové spektrum je vytvořeno pomocí tenké čočky v její obrazové ohniskové rovinschematuě. Po jeho modifikaci je signál následně zpětně transformován další čočkou.

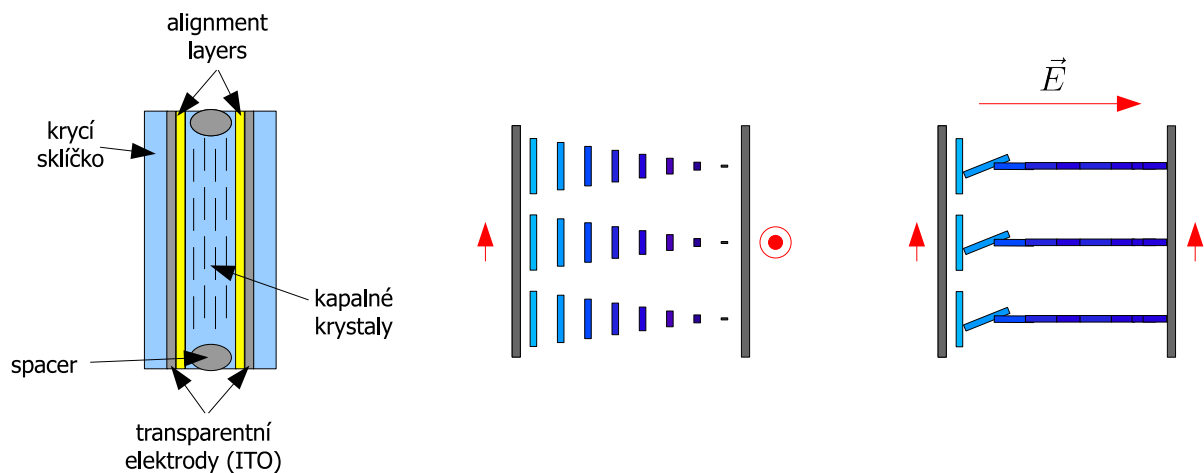
čtyřnásobku ohniskové vzdálenosti tenké čočky sestává ze dvou stejných čoček umístěných tak, že obrazová ohnisková rovina první čočky je totožná s předmětovou ohniskovou rovinou druhé čočky. V předmětové ohniskové rovině první čočky je umístěn transparent - objekt - nasvícený kolimovanou vlnou a filtrovaný signál je pozorován v obrazové rovině druhé čočky. První čočka provádí Fourierovu transformaci signálu - prostorové spektrum se nachází ve společné ohniskové rovině obou čoček. Druhá čočka následně opět transformuje toto spektrum ve smyslu Fourierovy transformace do výstupní ohniskové roviny. Protože místo aplikace dopředné a zpětné transformace jsme aplikovali dvakrát po sobě transformaci dopřednou, není výstupní obraz totožný se vstupem, ale je převrácený jelikož platí

$$\mathcal{FF}\{a(x, y)\} = a(-x, -y). \quad (12)$$

Spektrum signálu ve společné ohniskové rovině čoček můžeme modifikovat zaváděním různých transparentů - amplitudových, fázových resp. obecných komplexních filtrů. Z historického hlediska sehrál v této oblasti důležitou roli tzv. Abbé-Porterův experiment, ve kterém byl jako signál použitý dvojdimenzionální periodický rastr (mřížka) a jako filtr mechanická lineární štěrba (dolnofrekvenční propust). Při správné volbě šířky štěrby došlo k filtraci periodicity v jednom směru a ve výstupní rovině vznikl signál ve formě jednoduché jednodimenzionální mřížky. Jedním z cílů měření je právě realizace Abbé-Porterova experimentu a jeho komplikovanějších modifikací s různými objekty a filtry.

Prostorové modulátory na bázi kapalných krystalů

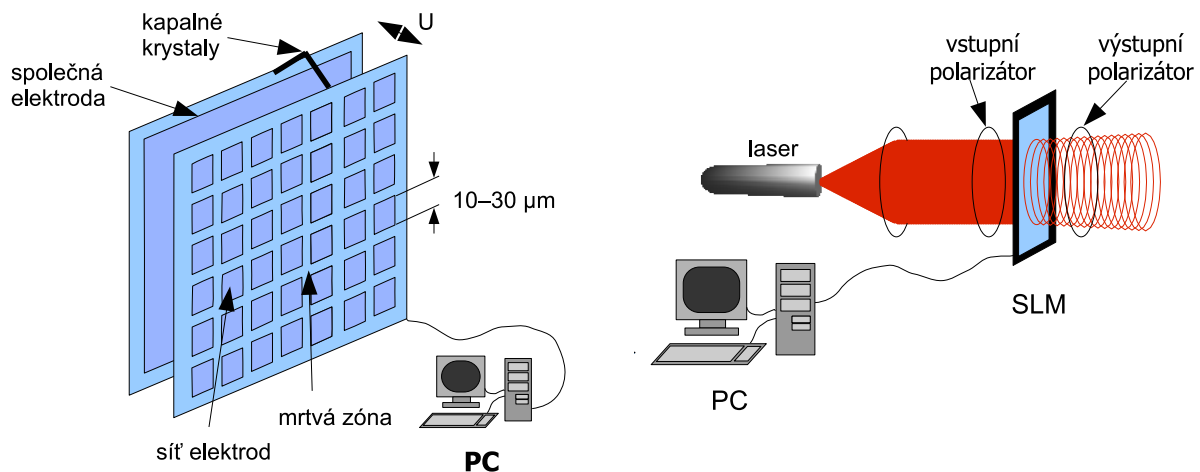
Počítačem řízené prostorové modulátory světla umožňují realizovat prostorově závislou modulaci dopadající optické vlny. Existuje několik typů modulátorů lišících se základním fyzikálním mechanismem využívaným k ovlivnění dopadající vlny. Mezi nejpoužívanější patří modulátory na bázi kapalných krystalů (LCD) a modulátory na bázi deformovatelných mikrozrcátek (DMD). V rámci měření budou použity 2 modulátory na bázi kapalných krystalů od společnosti CRL. Jedná se o transmisní modulátory využívající twistované nematkové krystaly jako aktivní prostředí ovlivňující parametry optické vlny. Schema fungování takového modulátoru je zachyceno na obrázku 4. Ve stavu bez napětí jsou všechny molekuly krystalu orientovány paralelně s krycím



Obrázek 4: Elementární pixel prostorového modulátoru je tvořen celou z kapalných krystalů umístěných mezi krycími sklíčky potaženými transparentními elektrodami (vlevo). Ve vypnutém stavu jsou krystaly paralelní s krycími sklíčky a jejich optická osa se postupně stáčí. Lineárně polarizované světlo sleduje stočení krystalů a dochází k otočení polarizace (uprostřed). Při přiložení napětí se krystaly natočí do směru pole a dopadající světlo se tak šíří ve směru jejich optické osy. Polarizace se při průchodu celou nemění (vpravo).

sklem cely a postupně se stáčí. Lineárně polarizované světlo dopadající na takovou celou sleduje twist krystalu a na výstupu tedy dochází k otočení polarizace o úhel twistu (většinou 90 stupňů). Při přiložení napětí na celou se krystaly natočí do směru elektrického pole, jejich optická osa se stane paralelní s dopadající vlnou a ke stáčení polarizace nedochází. Pokud za modulátor umístíme analyzátor můžeme v závislosti na přiloženém napětí modulovat intenzitu prošlého světla. Současně s popsaným efektem dochází i k modulaci fázové, která ale závisí složitě na vstupní a výstupní polarizaci, přiloženém napětí a dalších parametrech modulátoru. Modulátory z twistovaných krystalů jsou primárně určeny k amplitudové modulaci světla a fázová modulace je v tomto případě parazitní.

V rámci úlohy budou použity dva modulátory světla, jeden pro vytvoření zdrojového signálu a jeden jako filtr ve spektrální rovině. Jako zdroj signálu bude používán modulátor CRL SVGA II s rozlišením 1024x768 pixelů, rozměrem aktivního pole 18.5 mm x 13.9 mm, velikostí pixelu 13 μm x 10 μm a periodicitou pixelů 18 μm . Propustnost modulátoru je cca 14% na vlnové délce 633



Obrázek 5: Jedno z krycích skel modulátoru je pokryto systémem adresovacích elektrod. Z technologických důvodů není možné pokrýt elektrodami 100% plochy modulátoru což způsobuje parazitní efekty z důvodu difrakce a absorpce světla na neaktivních částech (vlevo). V nejběžnější konfiguraci je modulátor umístěn mezi dva polarizátory a nasvětlen kolimovanou laserovou vlnou (vpravo).

nm a faktor plnění 40%. Modulátor je na výstupní straně opatřen polarizátorem orientovaným pod úhlem 45 stupňů. Jako filtr ve spektrální rovině bude používán modulátor CRL SVGA I s rozlišením 800x600 pixelů, rozměrem aktivního pole 28.48 mm x 20.16 mm, velikostí pixelu $26 \mu\text{m} \times 24 \mu\text{m}$ a periodicitou pixelů $33 \mu\text{m}$. Modulátor je na výstupní straně opatřen polarizátorem orientovaným pod úhlem 0 stupňů. Oba modulátory využívají twistované nematické krystaly s úhlem twistu 90 stupňů. Modulátor CRL SVGA II je z důvodu nízkého faktoru plnění nevhodný pro realizaci filtru ve spektrální rovině protože vykazuje malou propustnost a značnou parazitní difrakci na elektrodách jednotlivých pixelů. Oba modulátory vyžadují jako řídicí signál analogový PC vstup s příslušným rozlišením a vertikální obnovovací frekvencí 60 Hz.

2 Zadání úlohy

Cíle úlohy

Cílem úlohy je sestavení 4f schematu pro realizaci Fourierovy transformace a provedení prostorové filtrace v prostorovém spektru pro různé objekty a typy filtrů s využitím dvou prostorových modulátorů na bázi kapalných krystalů.

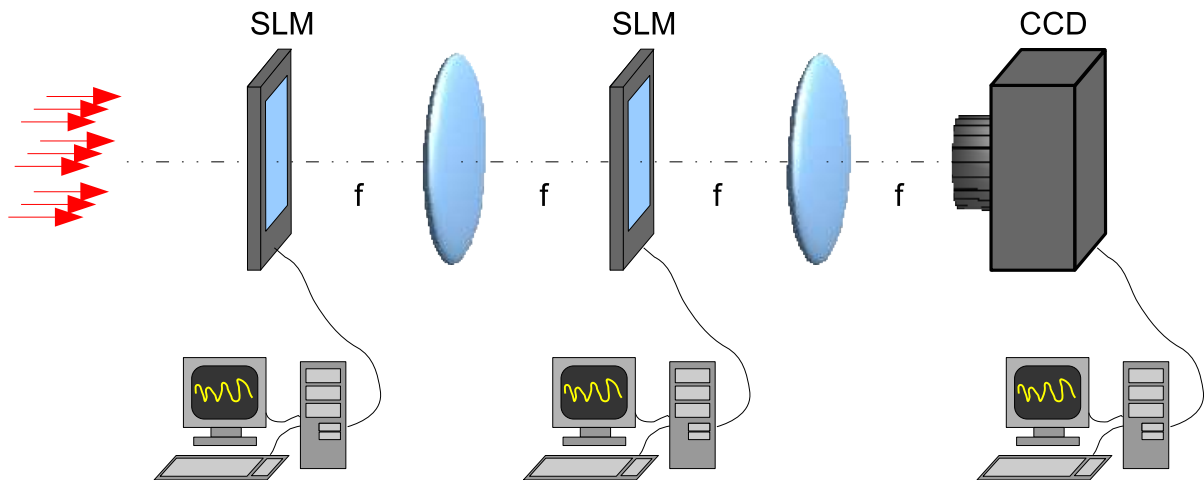
Pomůcky

Optická lavice Thorlabs s příslušenstvím, nepolarizovaný He-Ne laser LASOS s výkonem 5 mW, atenuátor s proměnnou absorpcí, mechanická štěrbina s nastavitelnou šířkou, prostorový filtr Spectra Physics s kolimačním objektivem, 3 fotografické objektivy, polarizátory, počítačem řízený prostorový modulátor CRL SVGA I, počítačem řízený prostorový modulátor CRL SVGA II, digitální kamera ELECTRIM, PC pro řízení modulátorů a kamery, řídicí software, digitální předlohy různých objektů a filtrů, posuvné stolky a držáky Thorlabs.

Postup měření

1. Sestavte první část 4f schematu podle obrázku 6 pro realizaci Fourierovy transformace. Jako zdroj signálu použijte počítačem řízený prostorový modulátor CRL SVGA II nasvícený rovinnou vlnou z He-Ne laseru. Pro realizaci této vlny použijte prostorový filtr s fokusačním objektivem a kolimátorem Spectra Physics. Před modulátor umístěte polarizátor a nalad'te jeho pozici pro optimální funkci modulátoru. Pro realizaci Fourierovy

transformace použijte dvojici fotografických objektivů umožňující změnu měřítka signálu ve spektrální rovině.



Obrázek 6: Experimentální uspořádání pro realizaci dvou po sobě následujících Fourierových transformací pomocí tenkých čoček ve $4f$ konfiguraci. Předmět a filtr ve spektrální rovině jsou realizovány pomocí počítačem řízených prostorových světelných modulátorů.

2. Pozorujte spektra různých objektů promítaných na modulátor (štěrbiny, otvory, písmena, periodické struktury) nejdříve volným okem na stínítku a posléze pomocí digitální kamery ELECTRIM. Demonstrujte experimentálně různé vlastnosti Fourierovy transformace (vztah měřítka objektu a spektra, invariance vůči posuvu, atd.)
3. Sestavte druhou část $4f$ schématu podle obrázku 6. Pro realizaci zpětné Fourierovy transformace použijte další fotografický objektiv. Pro snímání výstupu použijte digitální kameru ELECTRIM.
4. Proved'te filtraci signálu ve spektrální rovině dolnofrekvenční propustí pomocí mechanické nastavitelné štěrbinu. Realizujte Abbé-Porterův experiment. Následně nahrad'te štěrbinu počítačem řízeným prostorovým modulátorem CRL SVGA I. Před modulátor zařad'te další lineární polarizátor a výběrem správné polarizace optimalizujte funkci modulátoru. Zopakujte experiment s dolnofrekvenční propustí pro různé objekty. Dále použijte další filtry jako hornofrekvenční lineární a kruhová propust, středofrekvenční propust a další.
5. Pro všechny experimenty z bodů 2-4 proved'te paralelně počítačovou simulaci a její výsledky srovnajte s experimentem.

3 Požadované výsledky

Po provedení experimentu na základě uvedeného postupu sepište protokol o měření. Protokol musí mimo jiné obsahovat následující údaje:

1. Stručný popis experimentálního uspořádání.
2. Zaznamenaná spektra různých objektů, příslušné předlohy a simulace spekter.
3. Výsledky prostorové filtrace různých objektů pomocí mechanické štěrbinu a počítačem řízeného prostorového modulátoru a jejich ekvivalenty získané počítačovou simulací.
4. Stručnou diskusi výsledků.

Reference

- [1] P. Fiala, I. Richter, Fourierovská optika a optické zpracování signálů, skriptum, ČVUT, 2003.
- [2] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, McGraw Hill, 1996.